

Interrogation rapide n° 6

1 heure

Calculatrice interdite

	Cours	Exercice 1	Exercice 2	BONUS
Total	6	7	7	2

I Questions de cours

1. Donner la propriété qui permet d'en déduire le test de primalité et la démontrer.
2. Donner la propriété de la récurrence forte.

II Exercices

Exercice 1

Dans les questions **M33** à **M36**, on se donne un entier naturel impair p différent de 1, et a un entier naturel non nul.

☐ **M33** L'implication « si p divise a alors a est impair » :

- ☐ **A** est vraie sous l'hypothèse que p est premier, mais n'est pas toujours vraie
☐ **B** peut tomber en défaut même si p est premier
☐ **C** est toujours vraie

☐ **M34** L'implication « si p divise $2a$ alors p divise a » :

- ☐ **A** est toujours vraie
☐ **B** peut tomber en défaut même si p est premier
☐ **C** est vraie sous l'hypothèse que p est premier, mais n'est pas toujours vraie

☐ **M35** L'implication « si p divise a^2 alors p divise a » :

- ☐ **A** peut tomber en défaut même si p est premier
☐ **B** est toujours vraie
☐ **C** est vraie sous l'hypothèse que p est premier, mais n'est pas toujours vraie

☐ **M36** L'implication « si p divise $8a^2$ alors p divise a » :

- ☐ **A** est toujours vraie
☐ **B** est vraie sous l'hypothèse que p est premier, mais n'est pas toujours vraie
☐ **C** peut tomber en défaut même si p est premier

Dans la suite de l'exercice, on se donne un nombre premier p impair, ainsi que deux entiers naturels a et b non nuls.

☐ **M37** Soit $n \in \mathbb{N}^*$. Le nombre de diviseurs positifs de p^n est :

- ☐ **A** $p^n - 1$ ☐ **B** n ☐ **C** $n + 1$ ☐ **D** $n - 1$ ☐ **E** p^{n-1}

☐ **M38** L'affirmation « $p + 1$ a strictement plus de diviseurs que p » :

- ☐ **A** est systématiquement fausse
☐ **B** est systématiquement vraie
☐ **C** peut être vraie ou fausse, selon la valeur de p

☐ **M39** Si a a exactement trois diviseurs positifs alors on peut affirmer que :

- ☐ **A** a est le carré d'un nombre premier
☐ **B** a est le cube d'un nombre premier
☐ **C** $a = 12$
☐ **D** a est le produit de deux nombres premiers distincts
☐ **E** a est premier

Exercice 2

☐ **M27** le nombre 66 est premier avec

- ☐ **A** 45 ☐ **B** 111 ☐ **C** 35 ☐ **D** 143 ☐ **E** 105

☐ **M28** Le dernier chiffre de 2023^{2024} est :

- ☐ **A** 2 ☐ **B** 1 ☐ **C** 7 ☐ **D** 9 ☐ **E** 3

☐ **M29** On rappelle que $10! = 2 \times 3 \times \dots \times 9 \times 10$. On considère les nombres $2 + 10!, \dots, 9 + 10!$. Parmi ces nombres, combien sont premiers ?

- ☐ **A** Aucun ☐ **B** Un ☐ **C** Tous ☐ **D** Trois Deux

☐ **M30** Le pgcd des nombres $2 \cdot 10! + 1$ et $3 \cdot 10! + 1$ est :

- ☐ **A** aucune des autres réponses ☐ **B** 1 ☐ **C** 5 ☐ **D** 3 ☐ **E** 7

☐ **M31** Vrai ou Faux ?

Tout entier $a \geq 4$ est de la forme $3k + 1$ ou $3k + 2$, où k est un entier naturel.

- ☐ **A** Vrai ☐ **B** Faux

☐ **M32** Vrai ou Faux ?

Tout entier impair $a \geq 1$ est de la forme $4k + 1$ ou $4k + 3$, où k est un entier naturel.

- ☐ **A** Vrai ☐ **B** Faux

☐ **M33** Vrai ou Faux ?

Pour tout entier impair $a \geq 1$, le nombre $a^2 - 1$ est divisible par 8.

- ☐ **A** Vrai ☐ **B** Faux

☐ **M34** Vrai ou Faux ?

Pour tout entier $a \geq 5$ non divisible par 3, le nombre $a^2 - 1$ est divisible par 24.

- ☐ **A** Vrai ☐ **B** Faux

☐ **M35** Combien y a-t-il de nombres premiers p tels que $p - 2$ et $p + 2$ soient premiers ?

- ☐ **A** 0 ☐ **B** une infinité ☐ **C** 4 ☐ **D** 2 ☐ **E** 1

BONUS

Trouver tous les entiers n tels que 10 divise $n^2 + (n + 1)^2 + (n + 3)^2$